Actes de la XIX Jornada sobre la Història de la Ciència i l'Ensenyament. Barcelona, SCHCT-IEC
Ferragud, C.; Massa-Esteve, M. R. (ed.) (2023) p. 109-117
DOI: 10.2436/10.2006.05.14

LES FONTS ORIGINALS A LA HISTÒRIA DE LA MATEMÀTICA

MARIA ROSA MASSA-ESTEVE
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Paraules clau: *història de la matemàtica, formació matemàtica, pràctiques històriques, textos històrics.*

Original sources in the history of mathematics

Summary: *The teaching and learning of the history of mathematics contributes to the comprehensive education of students, whether they are future mathematicians or engineers or future teachers, in two ways: on the one hand, it provides a more realistic perspective of mathematics and, on the other, it facilitates the understanding and learning of mathematical concepts and methods. The subjects that deal with the history of mathematics convey a perception of this subject as a useful, dynamic, human, interdisciplinary and heuristic science, while complementing the thematic study of mathematics' various branches. It is important to think of mathematics as a discipline linked to society and culture, just as is shown by the many people who have advanced it by solving society's problems in each time and place. Indeed, history shows that mathematics may be considered a scientific and cultural activity that helps to solve problems in every period of human endeavour. At the same time, the cultural and social influences on the historical development of mathematics present it as a subject dependent on time, place and authors, thus adding an additional value to the discipline. In this chapter, I would like to reflect on this "way of introducing" the history of mathematics, providing an analysis of new resources and new ideas.*

Key words: *history of mathematics, mathematical training, historical practices, historical texts.*

Introducció[1]

L'ensenyament-aprenentatge de la història de la matemàtica contribueix a una educació completa dels estudiants, siguin futurs matemàtics o enginyers o fu-

1. Aquesta investigació està inclosa al projecte PID2020-113702RB-I00 del Ministeri d'Innovació i Ciència del Govern d'Espanya.

turs professors de matemàtiques, en dos sentits: per una banda, proporciona una perspectiva més real de la matemàtica i, per altra banda, facilita la comprensió i l'aprenentatge d'alguns conceptes i mètodes.

Quan s'ensenya la història de la matemàtica és imprescindible analitzar els descobriments en el context del seu propi lloc i temps. Cal tenir en compte el passat, els contemporanis i el context social i econòmic. Els relats cronològics de la història de la matemàtica poden fer que els descobriments es presentin com una mera correlació lineal i que s'aporti un missatge de continuïtat que, en molts casos, no és verdader. No es pot oblidar els errors, els dubtes i el que comporta la construcció de tot coneixement científic. L'objectiu de l'historiador de la matemàtica no és recopilar llistes d'esdeveniments i enumeració d'autors, sinó aportar llum sobre les influències i les interaccions, ajudant a entendre l'origen dels conceptes i les diferents transformacions de la matemàtica. Reflexionar sobre aquests processos de construcció és molt formatiu.

La història de la matemàtica mostra que la matemàtica pot ser considerada com una activitat científica i cultural que ajuda a resoldre problemes a cada període. A la vegada, les influències culturals i socials sobre el desenvolupament històric d'aquesta disciplina la presenten com un subjecte depenent del temps, del lloc i dels autors, i hi afegeixen un valor addicional. Cal pensar la matemàtica com una disciplina arrelada a la societat i a la cultura, com ho mostren les nombroses persones que fan avançar la matemàtica resolent problemes de la societat en cada època i lloc.

Les assignatures que versen sobre temes d'història de la matemàtica poden transmetre als estudiants, siguin futurs enginyers o matemàtics o futurs professors, una percepció de la matemàtica com una ciència útil, dinàmica, humana, interdisciplinària i heurística (Massa-Esteve, 2003).

Així mateix, el coneixement dels processos i mètodes de la història de la matemàtica és un complement essencial en la formació per reeixir en una major comprensió dels fonaments i de la naturalesa de les matemàtiques. Mitjançant les anàlisis comparatives de mètodes històrics, els futurs matemàtics poden aprendre noves estratègies i nous algoritmes i poden reflexionar sobre el significat d'alguns processos, com ara l'algebrització o la creació del càlcul infinitesimal o bé sobre conceptes clau, com són les equacions, el límit, la funció, l'infinit, les sèries o la continuïtat, que s'empren habitualment en els desenvolupaments de la matemàtica. Els futurs matemàtics que coneixen i «practiquen» la història de la matemàtica poden entendre millor com i per què s'han anat formant diferents parts de la matemàtica: l'àlgebra, la geometria analítica, el càlcul o la teoria de nombres, les seves diferents interrelacions i les seves connexions amb altres disciplines. A la vegada, el coneixement històric permet als estudiants reconèixer els problemes que la humanitat s'ha anat plantejant i com els ha resolt, en poques paraules, els permet entendre millor el món que els envolta.

Així, l'objectiu d'aquest text és reflexionar sobre la formació en història de la matemàtica, mitjançant l'anàlisi d'algunes activitats pràctiques que empren fonts originals històriques, experimentades a l'aula d'història de la matemàtica de la Facultat de Matemàtiques i Estadística (FME).

En una primera part del text, descriurem l'assignatura d'història de la matemàtica en què hem experimentat aquestes activitats i, en una segona part, analitzarem algunes de les activitats pràctiques a fi d'aportar materials i reflexionar sobre la rellevància d'aquesta «manera d'introduir» els estudiants en la història de la matemàtica.

Història de la matemàtica: coneixements fonamentals i complementaris

L'assignatura *història de la matemàtica* té caràcter optatiu, està inclosa en els plans d'estudi del grau en matemàtiques a la FME de la Universitat Politècnica de Catalunya des de 2010.[2] L'objectiu del curs és explorar el passat de la matemàtica i mostrar com han sorgit i com s'han desenvolupat al llarg del temps els conceptes, teoremes, mètodes i axiomàtiques que avui s'exposen en els llibres de text a classe com un producte final i sota una concepció pragmàtica, lògica i didàctica que moltes vegades no coincideix amb l'ordre històric en el qual van ser creats o descoberts. De fet, els estudiants poden percebre una visió panoràmica del desenvolupament dels conceptes matemàtics al llarg de la història.[3]

En ser una història general de la matemàtica, no es poden tractar ni tots els temes ni tots els autors; això requeriria moltes més sessions. Tanmateix, se'n fa una selecció cronològica molt rigorosa, de temes i autors, que es complementarà amb els dossiers de pràctiques setmanals i els treballs individuals que es presenten al final.

Es consideren sis grans períodes de la història de la matemàtica essencials per ajudar l'alumnat a comprendre-la millor: 1) matemàtica a l'antiguitat; 2) des de la ciència àrab fins al Renaixement; 3) el naixement de la matemàtica moderna; 4) les primeres contribucions al càlcul infinitesimal; 5) el desenvolupament conceptual del càlcul en el segle XVIII, i, finalment, 6) l'aritmetització i la formulació rigorosa del càlcul.

Al llarg del curs es dona una pinzellada històrica que fuig del missatge de continuïtat implícit en l'ensenyament de les matemàtiques, i es treballa, sempre que sigui possible, amb fonts històriques primàries o secundàries especialitzades. Els descobriments matemàtics solen venir associats a personatges clau, no a científics menys coneguts o de la perifèria, no a les dones, ni a les societats no europees. De fet, es coneixen moltes fonts originals i molts estudis sobre la matemàtica europea, en canvi, comparativament, menys sobre la matemàtica a la Xina, l'Índia o Amèrica (Katz, 2007). Per tant, cal tenir en compte les matemàtiques desenvolupades per autors de fora d'Europa, així com per professors i professores i enginyers i enginyeres, per citar algunes professions relacionades amb la matemàtica. Aquesta «manera d'introduir» la història de la matemàtica permetrà als futurs matemàtics i a les futures matemàtiques reconèixer millor els canvis més significatius a la disciplina i sobretot reflexionar sobre la formació del seu pensament científic.

---

2. La guia docent es pot trobar a: (*Guia docent 200241 HM Història de la Matemàtica*) <https://fme-intranet.upc.edu/tmp/consgd/2022/200241-e-1.pdf>; l'assignatura consta de sis crèdits estructurats en quatre hores de classe setmanals, els últims quatre mesos del curs, i la comparteixo amb Mònica Blanco Abellán. Els estudiants són nois i noies de quart curs, la qual cosa comporta un cert nivell de coneixements, una certa maduresa i una gran motivació, ja que la trien per conèixer més i entendre millor les matemàtiques.

3. Aquest objectiu general es desglossa en quatre objectius particulars, que corresponen a diferents facetes d'aquest desenvolupament. *a*) Conèixer les *fonts* en les quals es basa el coneixement de les matemàtiques del passat. Una via per a conèixer aquestes fonts primàries és la lectura i interpretació d'una selecció de textos clàssics de matemàtiques. També s'ensenya a localitzar i a saber utilitzar la literatura històrica en les diferents pàgines web de referència que es troben a l'abast, ja que cal aprendre a seleccionar informació. *b*) Reconèixer els *canvis* més significatius en les matemàtiques a través dels segles, els que han afectat la seva estructura i classificació, els seus mètodes, els seus conceptes fonamentals i la seva relació amb altres ciències. *c*) Posar de manifest les diverses interrelacions socioculturals de les matemàtiques amb l'economia, la política, la religió, la filosofia o la cultura en cada període, així com en altres àmbits. *d*) Potser el més important, aconseguir que l'alumnat reflexioni sobre el desenvolupament del pensament matemàtic i les transformacions de la filosofia natural a través de les pràctiques.

La qualificació final de l'assignatura s'obté amb les activitats pràctiques setmanals i amb el treball de final de curs.[4] El 50 % de la nota correspon al treball final individual sobre un autor o una demostració d'especial rellevància.[5] L'altre 50 % s'obté a partir de les activitats pràctiques històriques, que analitzarem en la secció següent.

Activitats pràctiques a la història de la matemàtica

L'element bàsic per al bon funcionament del curs d'història de la matemàtica són els dossiers de pràctiques, que contenen les fonts originals per analitzar, i referències bibliogràfiques específiques. Seguint un guió previ de qüestions sobre el tema, en els comentaris posteriors s'intenta clarificar els dubtes i problemes que hagin pogut sorgir en les lectures, i es proposen noves qüestions per a orientar la lectura, l'anàlisi i la reflexió. Es procura preparar activitats pràctiques extretes d'algun text matemàtic original de l'època tractada o bé fonts secundàries especialitzades o traduccions reconegudes. Es considera que allò que els motiva més és una presentació dels conceptes matemàtics des d'una altra perspectiva diferent a la convencional. Aquests treballs obliguen l'alumnat a enfrontar-se a una demostració clàssica amb altres procediments, i propicien sessions de debat i reflexió.

Cada setmana l'alumnat analitza una demostració o un problema d'un text original seleccionat. Se'ls lliura un dossier preparat que han d'emplenar o bé han d'escriure un resum d'algun text curt amb qüestions preparades. Es fa una valoració a classe amb els dubtes que hagin sorgit. Es valora la claredat de les explicacions i el grau de comprensió de l'activitat. L'ambient de la classe és cordial i distès i el caràcter formatiu de l'assignatura afavoreix la discussió i la comunicació.

Com que es tracta que l'alumnat pugui aprendre matemàtica a través de la història i no únicament s'aprengui història de la matemàtica, no tots els episodis històrics ni totes les fonts són apropiades per a dissenyar activitats pràctiques a la classe. Per a poder escollir bé els textos històrics de les pràctiques que contribueixen a l'aprenentatge de conceptes o a les reflexions que permeten entendre el desenvolupament dels processos matemàtics, es poden fer les preguntes següents. Aquest text contribueix de manera significativa a la millora de l'aprenentatge de la matemàtica? Ha representat la resposta a alguna pregunta clau que s'ha fet la humanitat? És capital per entendre l'origen del concepte que s'ensenya? Estimula la reflexió matemàtica? Desperta la curiositat? Potencia el raonament? Ensenya nous mètodes? (Romero-Vallhonesta i Massa-Esteve, 2016; Barrow-Green, Gray i Wilson, 2019). A continuació, es descriuen breument, a partir de les seves fonts, algunes pràctiques que pretenen il·lustrar respostes afirmatives a algunes de les preguntes anteriors.

1. L'arrel quadrada a les tauletes babilòniques.
2. El teorema de Pitàgores dels *Elements* d'Euclides (300 aC).
3. La mesura del cercle d'Arquimedes (287 aC).

---

4. Voldria afegir que alguns alumnes després han fet el treball final de grau sobre història de la matemàtica amb molts bons resultats, com es pot consultar en els enllaços següents: 2015 (excel·lent), *http://hdl.handle.net/2099.1/26251*; 2018 (excel·lent), *http://hdl.handle.net/2117/117281* i *http://hdl.handle.net/2117/117825*; 2019 (excel·lent), *http://hdl.handle.net/2117/168366* i l'any 2020 (notable), *http://hdl.handle.net/2117/327877*. Els temes d'aquests treballs són els orígens dels logaritmes, procediments algebraics per a resoldre problemes geomètrics en els segles XVI i XVII, mètodes de màxims i mínims abans del càlcul, l'àlgebra de Viète en el segle XVII a Espanya i el problema de la reflexió al llarg de la història, respectivament.

5. A l'avaluació (presentació escrita i oral) es valora la claredat en l'exposició de les idees de l'autor triat, així com la capacitat per contextualitzar el text dins la història de la matemàtica. En cas d'analitzar alguna demostració, es valora també el grau de comprensió matemàtica i la pràctica de conceptes matemàtics amb altres recursos.

4. La mesura de les distàncies al Sol i la Lluna d'Aristarc (280 aC).
5. Les regles de l'àlgebra a al-Khwarizmi (813).
6. La mesura de les distàncies inaccessibles de Tartaglia (1537).
7. L'àlgebra «especiosa» nova de Viète (1591).
8. Els nombres negatius a Girard (1629).
9. L'equació de segon grau a Descartes (1637).
10. El triangle aritmètic de Pascal (1665).
11. El triangle harmònic de Mengoli (1672).
12. Les quantitats logarítmiques i exponencials a Euler (1748).

Alguns exemples analitzats

«El teorema de Pitàgores dels *Elements* d'Euclides (300 aC)»

La font són els *Elements* (300 aC) d'Euclides, obra en tretze llibres que recull els coneixements matemàtics de diferents escoles gregues i en què es mostren algunes proposicions geomètriques que es poden interpretar en termes d'una equació de segon grau o bé es demostra el teorema de Pitàgores. Aquesta obra, que es creu que pot ser col·lectiva, és la que ha tingut més edicions després de la Bíblia (més de mil) i és una de les que més influència cultural ha tingut al llarg de la història de la ciència. Es disposa de diverses pràctiques en què s'empren proposicions del text d'Euclides. S'ha triat el teorema de Pitàgores perquè és molt conegut i es demostra amb figures geomètriques iguals (triangles) que es comparen amb els quadrilàters, de manera original i rigorosa (vegeu fig. 1).

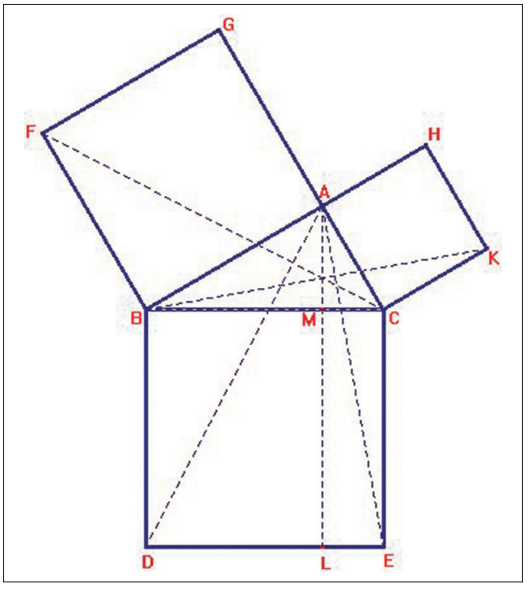
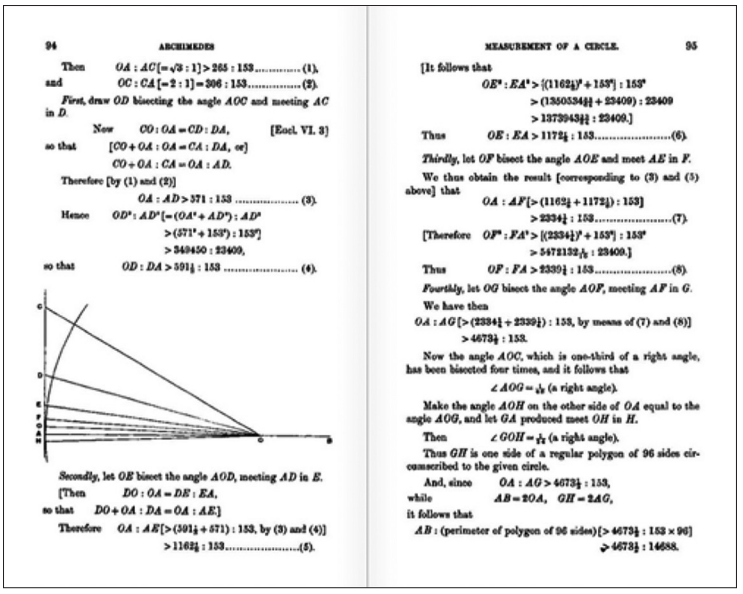


FIGURA 1. Imatge basada en la proposició 47 del llibre I dels *Elements*.
FONT: Elaboració pròpia.

«*La mesura del cercle* d'Arquimedes (287 aC)»

La font és *La mesura del cercle* (aprox. 287 aC) d'Arquimedes, en què es calcula una aproximació al número π que ajuda a entendre el seu origen. La proposició III del llibre demostra que la relació entre la longitud de la circumferència i el seu diàmetre està compresa entre 3 10/71 i 3 1/7, que representa

una aproximació del número π entre 3,1408 i 3,1428. Arquimedes comença inscrivint i circumscrivint triangles en un cercle i, doblant el nombre de costats, arriba a polígons de 96 costats. Per a trobar aquesta aproximació, s'empra el teorema de la bisectriu, el teorema de Pitàgores i la relació entre els angles inscrits i l'angle central, entre altres propietats de la circumferència (vegeu fig. 2).



94 ARCHIMEDES

Then $OA : AC [= \sqrt{3} : 1] > 265 : 153$ ..... (1),
and $OC : CA [= 2 : 1] = 306 : 153$ ..... (2).

First, draw OD bisecting the angle AOC and meeting AC in D.

Now $CO : OA = CD : DA$, [Eucl. VI. 3]
so that $[CO + OA : OA = CA : DA$, or$]$
$CO + OA : CA = OA : AD$.

Therefore [by (1) and (2)]
$OA : AD > 371 : 153$ ..... (3).

Hence $OD^2 : AD^2 [= (OA^2 + AD^2) : AD^2$
$> (371^2 + 153^2) : 153^2]$
$> 349450 : 23409$,
so that $OD : DA > 591\frac{1}{4} : 153$ ..... (4).

Secondly, let OE bisect the angle AOD, meeting AD in E.

[Then $DO : OA = DE : EA$,
so that $DO + OA : DA = OA : AE$]

Therefore $OA : AE [> (591\frac{1}{4} + 371) : 153$, by (3) and (4)]
$> 1162\frac{1}{4} : 153$ ..... (5).

MEASUREMENT OF A CIRCLE. 95

[It follows that
$OE^2 : EA^2 > [(1162\frac{1}{4})^2 + 153^2] : 153^2$
$> (1350534\frac{1}{16} + 23409) : 23409$
$> 1373943\frac{1}{16} : 23409$.]

Thus $OE : EA > 1172\frac{1}{4} : 153$ ..... (6).

Thirdly, let OF bisect the angle AOE and meet AE in F.

We thus obtain the result [corresponding to (3) and (5) above] that
$OA : AF [> (1162\frac{1}{4} + 1172\frac{1}{4}) : 153]$
$> 2334\frac{1}{2} : 153$ ..... (7).

[Therefore $OF^2 : FA^2 > [(2334\frac{1}{2})^2 + 153^2] : 153^2$
$> 5472132\frac{1}{16} : 23409$.]

Thus $OF : FA > 2339\frac{1}{4} : 153$ ..... (8).

Fourthly, let OG bisect the angle AOF, meeting AF in G.

We have then
$OA : AG [> (2334\frac{1}{2} + 2339\frac{1}{4}) : 153$, by means of (7) and (8)]
$> 4673\frac{1}{4} : 153$.

Now the angle AOC, which is one-third of a right angle, has been bisected four times, and it follows that
$\angle AOG = \frac{1}{96}$ (a right angle).

Make the angle AOH on the other side of OA equal to the angle AOG, and let GA produced meet OH in H.

Then $\angle GOH = \frac{1}{48}$ (a right angle).

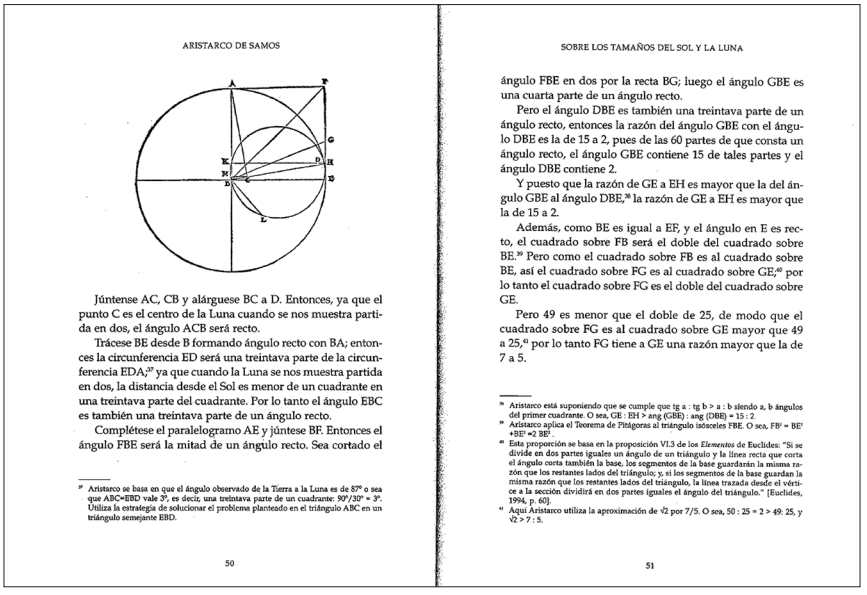
Thus GH is one side of a regular polygon of 96 sides circumscribed to the given circle.

And, since $OA : AG > 4673\frac{1}{4} : 153$,
while $AB = 2OA$, $GH = 2AG$,
it follows that
AB : (perimeter of polygon of 96 sides) $[> 4673\frac{1}{4} : 153 \times 96]$
$> 4673\frac{1}{4} : 14688$.

FIGURA 2. L'aproximació del número π a Arquimedes.
FONT: Archimèdes, 1921: 94-95.

«La mesura de les distàncies al Sol i la Lluna d'Aristarc (280 aC)»

La font és una obra d'astronomia: *Sobre los tamaños y las distancias del Sol y la Luna*, d'Aristarc de Samos (aprox. 310 aC - 230 aC). L'obra suposa un intent de calcular les distàncies Sol-Terra i Terra-Lluna, amb un mètode original, rigorós i correcte, emprant triangles semblants, el teorema de la bisectriu i el teorema de Pitàgores (vegeu fig. 3).



ARISTARCO DE SAMOS

Júntense AC, CB y alárguese BC a D. Entonces, ya que el punto C es el centro de la Luna cuando se nos muestra partida en dos, el ángulo ACB será recto.

Trácese BE desde B formando ángulo recto con BA; entonces la circunferencia ED será una treintava parte de la circunferencia EDA,[37] ya que cuando la Luna se nos muestra partida en dos, la distancia desde el Sol es menor de un cuadrante en una treintava parte del cuadrante. Por lo tanto el ángulo EBC es también una treintava parte de un ángulo recto.

Complétese el paralelogramo AE y júntese BF. Entonces el ángulo FBE será la mitad de un ángulo recto. Sea cortado el

[37] Aristarco se basa en que el ángulo observado de la Tierra a la Luna es de 87° o sea que ABC=EBD vale 3°, es decir, una treintava parte de un cuadrante: 90°/30° = 3°. Utiliza la estrategia de solucionar el problema planteado en el triángulo ABC en un triángulo semejante EBD.

50

SOBRE LOS TAMAÑOS DEL SOL Y LA LUNA

ángulo FBE en dos por la recta BG; luego el ángulo GBE es una cuarta parte de un ángulo recto.

Pero el ángulo DBE es también una treintava parte de un ángulo recto, entonces la razón del ángulo GBE con el ángulo DBE es la de 15 a 2, pues de las 60 partes de que consta un ángulo recto, el ángulo GBE contiene 15 de tales partes y el ángulo DBE contiene 2.

Y puesto que la razón de GE a EH es mayor que la del ángulo GBE al ángulo DBE,[38] la razón de GE a EH es mayor que la de 15 a 2.

Además, como BE es igual a EF, y el ángulo en E es recto, el cuadrado sobre FB será el doble del cuadrado sobre BE.[39] Pero como el cuadrado sobre FB es al cuadrado sobre BE, así el cuadrado sobre FG es al cuadrado sobre GE;[40] por lo tanto el cuadrado sobre FG es el doble del cuadrado sobre GE.

Pero 49 es menor que el doble de 25, de modo que el cuadrado sobre FG es al cuadrado sobre GE mayor que 49 a 25,[41] por lo tanto FG tiene a GE una razón mayor que la de 7 a 5.

[38] Aristarco está suponiendo que se cumple que tg a : tg b > a : b siendo a, b ángulos del primer cuadrante. O sea, GE : EH > ang (GBE) : ang (DBE) = 15 : 2.

[39] Aristarco aplica el Teorema de Pitágoras al triángulo isósceles FBE. O sea, FB² = BE² +BE² =2 BE².

[40] Esta proporción se basa en la proposición VI.3 de los *Elementos* de Euclides: "Si se divide en dos partes iguales un ángulo de un triángulo y la línea recta que corta el ángulo corta también la base, los segmentos de la base guardarán la misma razón que los restantes lados del triángulo; y, si los segmentos de la base guardan la misma razón que los restantes lados del triángulo, la línea trazada desde el vértice a la sección dividirá en dos partes iguales el ángulo del triángulo." [Euclides, 1994, p. 60].

[41] Aquí Aristarco utiliza la aproximación de √2 por 7/5. O sea, 50 : 25 = 2 > 49: 25, y √2 > 7 : 5.

51

FIGURA 3. Proposició 7 a Aristarc de Samos (280 aC).
FONT: Aristarc de Samos, 2007: 50-51.

«L'àlgebra "especiosa" nova de Viète (1591)»

La font és l'obra *In artem analyticen isagoge* (1591), de François Viète (1540-1603), que va esdevenir clau pel que fa a la utilització de símbols, no solament per a representar les incògnites, sinó també per a representar les quantitats conegudes. Viète va presentar nous procediments algebraics relacionant la teoria de proporcions euclidiana amb les equacions, i va assenyalar la seva utilitat per a resoldre equacions a l'aritmètica, la trigonometria, però sobretot a la geometria. En aquesta construcció Viète va emprar el teorema de l'altura i el teorema de Pitàgores (vegeu fig. 4).

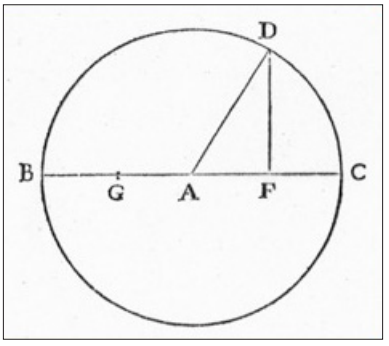
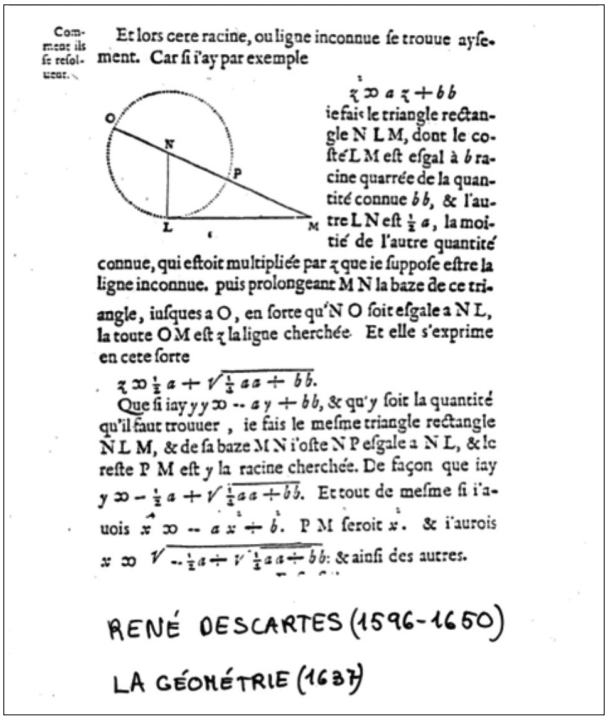


Figura 4. La construcció geomètrica de Viète.
Font: Viète, 1646: 234.

«L'equació de segon grau a Descartes (1637)»

La font és l'obra de René Descartes (1596-1650) *La géométrie* (1637), que l'autor va escriure com un apèndix del *Discours de la méthode* (1637). Descartes va construir una àlgebra de segments, va emprar el teorema de Pitàgores, un cercle en la construcció de la solució de l'equació de segon grau i la potència d'un punt exterior a aquest cercle per identificar la construcció de la solució amb l'equació (vegeu fig. 5).


Et lors cete racine, ou ligne inconnue ſe trouue ayſement. Car ſi i'ay par exemple

$z \infty az + bb$

ie fais le triangle rectangle N L M, dont le coſté L M eſt eſgal à b racine quarrée de la quantité connue bb, & l'autre L N eſt $\frac{1}{2}a$, la moitié de l'autre quantité connue, qui eſtoit multipliée par z que ie ſuppoſe eſtre la ligne inconnue. puis prolongeant M N la baze de ce triangle, iuſques a O, en ſorte qu'N O ſoit eſgale a N L, la toute O M eſt z la ligne cherchée. Et elle s'exprime en cete ſorte

$z \infty \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$.

Que ſi iay $yy \infty - ay + bb$, & qu'y ſoit la quantité qu'il faut trouuer, ie fais le meſme triangle rectangle N L M, & de ſa baze M N i'oſte N P eſgale a N L, & le reſte P M eſt y la racine cherchée. De façon que iay $y \infty - \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$. Et tout de meſme ſi i'auois $x^4 \infty - ax^2 + b^2$. P M ſeroit x^2. & i'aurois $x \infty \sqrt{-\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}}$: & ainſi des autres.

RENÉ DESCARTES (1596-1650)

LA GÉOMÉTRIE (1637)

Figura 5. La construcció de la solució de l'equació de segon grau a l'obra de Descartes.
Font: Descartes, 1954 [1637]: 302.

De fet, una de les pràctiques consisteix a comparar aquestes darreres construccions geomètriques i fer reflexionar l'alumnat mitjançant algunes preguntes. Els alumnes construeixen les figures geomètriques i la solució algebraica de l'equació, relacionen l'àlgebra i la geometria amb un raonament analític i sintètic, i amplien així el seu coneixement (Massa-Esteve, 2020). Altres pràctiques que es proposen són: els problemes del papir Rhind, els procediments dels *Nou capítols* de la matemàtica xinesa, els nombres negatius al llarg de la història, la *Nova scientia* (1537) de Niccolò Tartaglia, la resolució de l'equació cúbica de l'*Ars magna* (1545) de Girolamo Cardano, l'algebrització de les matemàtiques (Katz i Hunger Parshall, 2014), el triangle harmònic de Leibniz (Massa-Esteve, 2018), i moltes altres.[6]

Cal recuperar i donar a conèixer l'experiència de les dones científiques a la història, i a la vegada posar en valor la seva aportació en la construcció de la societat en cada període històric, a fi que els i les nostres estudiants tinguin una visió no androcèntrica de la història de la ciència i de la tècnica. Així, cal detallar les contribucions d'algunes científiques tan importants com: Hipàtia d'Alexandria (ca. 370-415), Sophia Brahe (1556-1643), Gabrielle-Emilie Le Tonnelier de Breteuil, marquesa de Châtelet (1706-1749), Laura Bassi (1711-1778), Maria Gaetana Agnesi (1718-1799) (Cleries, 2017; Blanco, 2020), Sophie Germain (1776-1831), Florence Nightingale (1820-1910) (matemàtica del curs 2020-2021 a la FME), Sófia Kovalésvkaia (1850-1891) (matemàtica del curs 2018-2019 a la FME), Marie Curie (1867-1934), Mileva Marić (1875-1948), Emmy Noether (1882-1935) (matemàtica del curs 2008-2009 a la FME), i les recentment traspassades Katherine Coleman Goble Johnson (1918-2020) i Maryam Mirzakhani (1977-2017), que fou la primera dona a rebre la medalla Fields, l'any 2014.

Una de les pràctiques que es proposen és sobre la matemàtica Agnesi (Cleries, 2017) i la seva obra *Instituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana* (1748). Es pot extreure informació sobre l'obra d'aquesta matemàtica i la proposta de pràctica en aquest enllaç: *http://hdl.handle.net/2117/117502*, del treball final de grau que vaig dirigir a l'ara enginyera Elisenda Cleries, l'any 2018, titulat *Maria Gaetana Agnesi, la veritable parametritzadora de la versiera?*

Algunes reflexions

En analitzar els textos històrics, l'alumnat coneix diverses maneres de treballar des de diferents perspectives i pot aplicar el seu coneixement a diferents situacions (competències transversals), la qual cosa el capacita per afrontar nous problemes tot desenvolupant el seu pensament matemàtic.

L'alumnat, en enfrontar-se al text matemàtic, el fa seu i es crea el seu propi coneixement, que és la millor manera d'aprendre matemàtiques. A la vegada, recorda o revisa teoremes, fórmules o regles matemàtiques des d'una altra perspectiva.

Mostrar les dificultats que hi ha hagut al llarg de la història per donar resposta a determinades preguntes que s'ha fet la humanitat pot contribuir a motivar els estudiants que a vegades creuen que la matemàtica consisteix en una sèrie de fórmules i regles que només comprenen algunes ments privilegiades.

Finalment, aquesta manera d'introduir la història de la matemàtica transforma l'aula en un laboratori on flueixen i es debaten idees i conceptes.

6. Per consultar com és el desenvolupament i les característiques d'alguna d'aquestes pràctiques, vegeu Massa-Esteve (2014, 2020).

Referències bibliogràfiques

Archimèdes (1921). *Les œuvres complètes d'Archimède. Traduites du grec en français avec une introduction et des notes, par Paul Ver Eecke*. París: Desclée.

Aristarco de Samos (2007). *Sobre los tamaños y las distancias del Sol y la Luna*. Introducció, traducció i notes de M. Rosa Massa Esteve. Cádiz: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz. [2a. ed., 2017]

Barrow-Green, June; Gray, Jeremy; Wilson, Ronald (2019). *The history of mathematics: A source-based approach*. Vol. I. Providence, Rhode Island: MAA Press.

Blanco, Mònica (2020). «Maria Gaetana Agnesi (1718-1799): molt més que una corba». *SCM/Notícies*, 48, p. 106-111.

Cleries, Elisenda (2017). «Maria Gaetana Agnesi. La prodigi coneguda per bruixa». A: Grapi, P.; Massa-Esteve, M. R. (ed.). *Actes de la XV Jornada sobre la Història de la Ciència i l'Ensenyament*. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans. Societat Catalana d'Història de la Ciència i de la Tècnica, p. 33-40. DOI: 10.2436/10.2006.03.

Descartes, René (1954 [1637]). *The geometry of René Descartes*. Traducció i edició de David Eugene Smith i Marcia L. Latham. Nova York: Dover. [Edició original de Descartes: *La géométrie*, 1637]

Katz, Victor (ed.) (2007). *The mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India and Islam: A sourcebook*. Princeton: Princeton University Press.

Katz, Victor; Hunger Parshall, Karen (2014). *Taming the unknown: A history of algebra from Antiquity to the early twentieth century*. Princeton: Princeton University Press.

Massa-Esteve, Maria Rosa (2003). «Aportacions de la història de la matemàtica a l'ensenyament de la matemàtica». *Biaix*, 21, p. 4-9.

— (2014). «Historical activities in the mathematics classroom: Tartaglia's Nova scientia (1537)». *Teaching innovations*, 27 (3), p. 114-126.

— (2018). «The harmonic triangle in Mengoli's and Leibniz's works». *Quaderns d'Història de l'Enginyeria*, vol. xvi, p. 233-258.

— (2020). «The algebraization of mathematics: Using original sources for learning mathematics». *Teaching Innovations*, 33 (1), p. 21-35.

Romero-Vallhonesta, Fàtima; Massa-Esteve, Maria Rosa (2016). «Història de les matemàtiques per a l'ensenyament de les matemàtiques. Analitzant les fonts». A: Grapí, P.; Massa-Esteve, M. R. (ed.). *Actes de la XIII Jornada sobre la Història de la Ciència i l'Ensenyament*. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans. Societat Catalana d'Història de la Ciència i de la Tècnica, p. 59-70. DOI: 10.2436/10.2006.02.8

Rommevaux, Sabine; Spiesser, Maryvonne; Massa-Esteve, Maria Rosa (2012). *Pluralité de l'algèbre à la Renaissance*. París: Honoré Champion.

Viète, F. (1646). *Opera mathematica*. Edició a càrrec de F. van Schooten. Leiden: Elsevier. [Nova impressió 1970, Hildesheim: Georg Olms Verlag]